

# Экзамен по курсу: "Алгебра и геометрия"

1 курс 1 семестр

Вариант номер 19D64330

1. Докажите, что любая вещественная симметричная матрица порядка  $n = 2$  ортоконгруэнтна диагональной матрице.
2. Докажите, что если любые  $k$  столбцов матрицы  $A$  линейно независимы, то в любом нетривиальном решении однородной системы  $Ax = 0$  число ненулевых координат вектора  $x$  больше  $k$ .
3. Найдите все подгруппы группы целых чисел по сложению.
4. Вещественная часть каждого корня комплексного многочлена  $f(x)$  отрицательна. Докажите, что если комплексное число  $z$  удовлетворяет условию  $\operatorname{Re}(z) \geq 0$ , то  $\operatorname{Re}\left(\frac{f'(z)}{f(z)}\right) > 0$ .